DEVOIR SURVEILLE N° 3 (b)

Le barème est seulement donné à titre indicatif, il n'est pas définitif

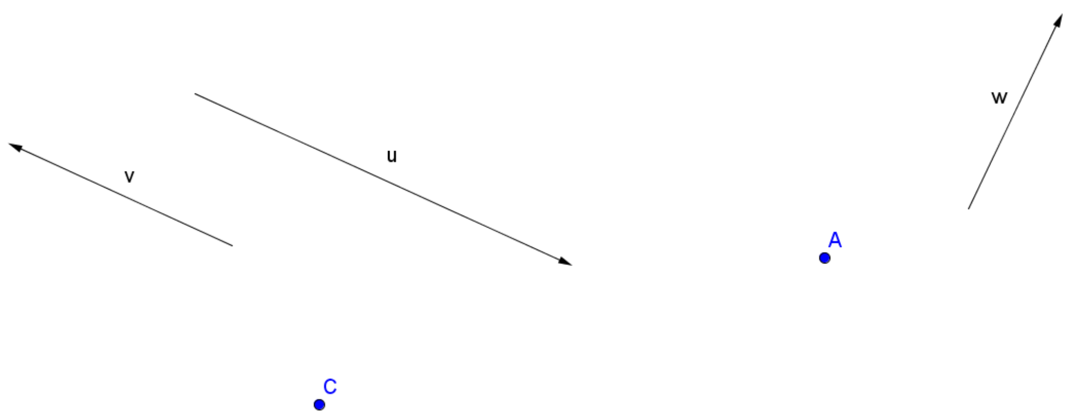
Exercice 1 : *Questions de cours* (sur 1,5 point)

1. Traduire par une égalité vectorielle les affirmations suivantes :
   (a) N est l'image de M par la translation de vecteur $\vec{u}$.
   (b) $IJKL$ est un parallélogramme.
   (c) K est le milieu de $[CD]$.
2. (a) Donner la définition de deux événements incompatibles .
   (b) Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant vos réponses :
   - Deux événements disjoints sont des événements contraires.
   - Si A et B sont deux événements alors $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

Exercice 2 : *Vecteurs et construction* (sur 2,5 points)

On considère les points A et C ainsi que les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ représentés ci-desssous ; les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction.
Faire les constructions suivantes sur la feuille de l'énoncé (les tracés doivent être clairs, utiliser des couleurs et laisser les traits de construction).

1. Construire un représentant du vecteur $\vec{u} + \vec{w}$ et un représentant du vecteur $\vec{u} - \vec{w}$.
2. Construire B, l'image de A par la translation de vecteur $(-\vec{u})$.
3. Construire un représentant du vecteur $\vec{u} - \vec{v}$.
4. Construire le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \vec{u} + \vec{v}$.
5. Représenter l'ensemble des points M tels que $AM = CM$ (justifier).



Exercice 3 : *Calcul littéral* (sur 6,5 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = (4x-7)^2 - 9x^2$.

1. Développer $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. Démontrer que $f(x) = 7(x-4)^2 - 63$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
4. En utilisant la forme la plus adaptée de $f(x)$, répondre aux questions suivantes :
   (a) Quelle est l'ordonnée du point de $\mathcal{C}_f$ dont l'abscisse vaut $\sqrt{3}$?
   (b) Montrer que -63 est le minimum de f. En quel nombre est-il atteint ?
   (c) Résoudre $f(x) = x - 1$.
   (d) Déterminer les antécédents de 49 par f.
5. On considère l'équation (E) : $\dfrac{4}{3} - \dfrac{3x}{4x-7} = \dfrac{7}{3x}$.
   (a) Montrer que l'équation (E) équivaut à : $\dfrac{f(x)}{3x(4x-7)} = 0$.
   (b) En déduire la résolution de (E).

Exercice 4 : *QCM* (sur 2,5 points)

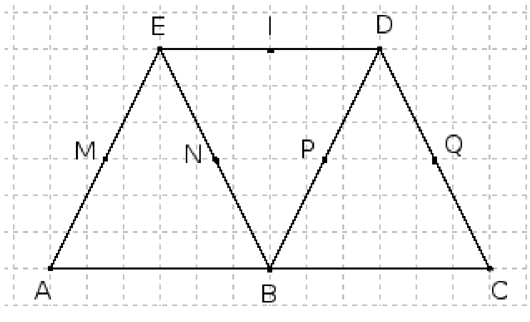
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des quatre questions posées, 4 propositions sont données dont une seule est exacte. Vous devez écrire sur votre copie le numéro de la question associée à la lettre donnant l'affirmation exacte. Aucune justification n'est demandée mais toute réponse inexacte sera pénalisée par des points négatifs. Une absence de réponse n'apporte et ne retire aucun point.

1. Dans une urne, se trouvent 5 cartons et sur chacun d'entre eux figure une lettre du mot MATHS. On tire un carton au hasard dans l'urne et on considère les événements E : "on a tiré une voyelle" et $F = \{M\,;\,T\,;\,H\}$.

   a) $\overline{E} \cup F = \overline{E}$ *b)* E et F sont contraires *c)* $E \cap F$ est un événement élémentaire *d)* $\overline{F} \subset E$

2. On considère la figure ci-contre .

   a) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BD}$
   b) $\overrightarrow{ED} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$
   c) $\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PQ} = \vec{0}$
   d) $\overrightarrow{ME} - \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{MI}$



3. L'équation $\dfrac{x^2-1}{x-1} = 0$

   a) équivaut à $x^2 - 1 = 0$ ou $x - 1 = 0$ *b)* admet le nombre -1 comme unique solution
   c) n'admet pas de solution *d)* a le même ensemble de solutions que $x^2 - 1 = 0$

4. On choisit au hasard un nombre de deux chiffres ne commançant pas par 0. On considère les événements suivants : A : "les deux chiffres du nombre choisi sont identiques" ; B : "le nombre choisi est un multiple de 10" ; C : "le nombre choisi est pair".

   a) L'univers est $\Omega = [10\,;\,99]$ *b)* $C \subset B$ *c)* $A \cup C = \{22\,;\,44\,;\,66\,;\,88\}$ *d)* A et B sont incompatibles

Exercice 5 : *Géométrie analytique et vecteurs* (sur 7 points)

On considère les points $A\left(\frac{5}{2}\,;\,2\right)$, $B\left(\frac{9}{2}\,;\,8\right)$ et $C\left(\frac{1}{2}\,;\,4\right)$ dans un repère orthonormé $(O\,;\,I\,;\,J)$. On note $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC.

1. Faire une figure que vous complèterez tout au long de l'exercice.
2. Démontrer que ABC est un triangle rectangle.
3. Déterminer les coordonnées du centre E de $\mathcal{C}$ ainsi que son rayon r. Justifier votre réponse.

   On appelle D le point d'intersection entre la médiatrice de $[AB]$ et le cercle $\mathcal{C}$ dont l'ordonnée vaut 6 et on considère le point F défini par $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{ED}$.

4. Quelle est la nature de $ADBF$? Justifier.
5. Déterminer par un calcul tous les points de $\mathcal{C}$ qui ont pour abscisse $\frac{13}{2}$.
6. Soit K le point défini par $\overrightarrow{BK} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
   (a) Justifier que $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AK}$.
   (b) Ecrire la somme suivante sous forme d'un seul vecteur : $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DB}$ en justifiant.