

DEVOIR SURVEILLE N° 2 (b)

Le barème est seulement donné à titre indicatif, il n'est pas définitif

Question de cours : (sur 0,5 point)

Donner la définition d'une fonction décroissante sur un intervalle I .

Exercice 1 : Variations de fonction (sur 4 points)

Soit f une fonction dont on connaît le tableau de variations ci-dessous.

x	-5	-3	0	4
$f(x)$	1	↘	↗	↘
		-4	6	2

Toutes vos réponses devront être justifiées avec précision

1. Encadrer $f(x)$ pour $x \in [0; 4]$.
2. Comparer si possible :

$$a) f(-1, 2) \text{ et } f\left(-\frac{3}{2}\right) \qquad b) f(-\sqrt{3}) \text{ et } f(-4, 8) \qquad c) f(-4) \text{ et } f\left(\frac{13}{5}\right)$$

3. Déterminer le nombre d'antécédents de 0 par la fonction f .
4. (a) On suppose que $k \in [3; 4]$.
 Combien de solutions l'équation $f(x) = k$ admet-elle ?
 (b) Pour quelles valeurs de k l'équation $f(x) = k$ admet-elle une seule solution ?
5. Tracer une courbe susceptible de représenter f .

Exercice 2 : Calcul littéral (sur 5 points)

1. Ecrire l'expression correspondant à la description suivante :
 - (a) la somme de l'opposé de x et du triple de y
 - (b) le quotient de 2 par le carré de la différence de a et de b
 - (c) le double de l'inverse de x
 - (d) le produit de la somme de x et du cube de y par l'inverse de l'opposé de 3.
2. Décrire par des phrases les expressions suivantes (sans faire aucun calcul préliminaire) :

$$A = 5 + \frac{1}{y} \qquad B = (a + 2)^2 + 3 \qquad C = \frac{1 + a^2}{-a} \qquad D = \frac{1}{3}(y - c)\left(\frac{1}{x} + 3y\right)$$

3. Inventer des expressions E et F telles que :
 - (a) E est une somme de trois termes
 - (b) F est un produit de sommes
4. Développer :

$$a) G = (x - 2)(x + 2) + (5x - 3)^2 \qquad b) H = 5(x + 3)(6x - 1)$$

5. Factoriser :

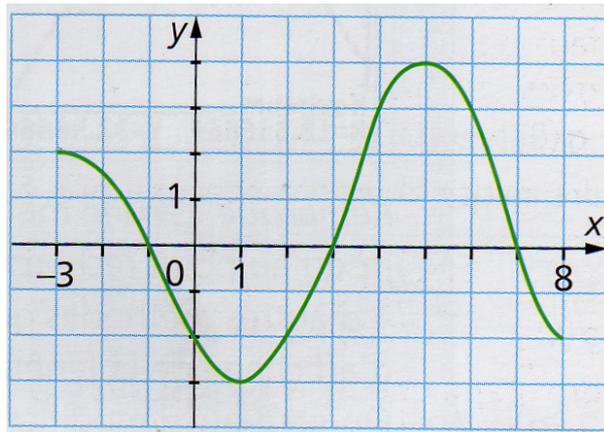
$$a) I = 5x - x^2 \qquad b) J = (3x + 2)^2 - 4x(3x + 2)$$

$$c) K = 64x^2 - 81 \qquad d) L = 4x^2 - 28x + 49 - (2x - 7)$$

Exercice 3 : Lectures graphiques (sur 3 points)

On considère la fonction f dont la courbe est donnée ci-dessous.

1. Lire l'image de 3 par f .
2. Lire l(es) antécédent(s) de -3 par f .
3. Dresser le tableau de signes de $f(x)$.
4. Résoudre graphiquement :
 - (a) $f(x) > -2$
 - (b) $f(x) \geq -x + 7$ (pour cette inéquation, il faut ajouter un tracé de fonction sur le graphique de l'énoncé).
5. (a) Dresser le tableau de variations de f .
(b) En justifiant à l'aide des variations de g , déterminer à quel intervalle appartient $f(x)$ lorsque $-3 \leq x \leq 0$.



Exercice 4 : Fonction et géométrie (sur 7,5 points)

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{12}{1+x}$.

Partie A - Calculs

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Calculer l'image de -3 par f puis $f(\sqrt{7})$.
3. Déterminer les antécédents de 4 par f .
4. (a) Factoriser $P(x) = 12 - 3(1+x)^2$
(b) Démontrer que $f(x) = 3x + 3 \Leftrightarrow \frac{P(x)}{(1+x)} = 0$.
(c) En déduire les solutions de $f(x) = 3x + 3$.

Partie B - Graphique

1. Quelle est la conséquence graphique de l'ensemble de définition de f ?
2. En remplissant un tableau de valeurs (que vous recopierez sur votre copie), représenter la courbe de la fonction f dans le repère donné sur la feuille annexe.
3. Résoudre graphiquement :

a) $f(x) = 4$

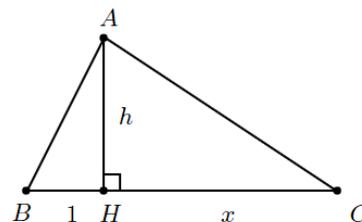
b) $f(x) \geq -3$

c) $f(x) = 3x + 3$

Partie C - Problème géométrique

Soit ABC un triangle d'aire $\mathcal{A} = 6 \text{ cm}^2$ et de hauteur $[AH]$ et tel que $BH = 1 \text{ cm}$. On note alors $h = AH$ et $x = HC$.

1. Exprimer l'aire \mathcal{A} en fonction de h et x .
2. En déduire que $h = \frac{12}{1+x}$.
3. Répondre aux questions suivantes à l'aide des parties précédentes de cet exercice :
 - (a) pour quelle valeur de x , la hauteur mesure-t-elle 4 cm ?
 - (b) pour quelle valeur de x la hauteur est-elle égale au triple de la base ?



Annexe du sujet (b) - Graphique de l'exercice 4

