

## DEVOIR SURVEILLE N° 2 (a)

*Le barème est seulement donné à titre indicatif, il n'est pas définitif*

### Question de cours : (sur 0,5 point)

Donner la définition d'une fonction croissante sur un intervalle  $I$ .

### Exercice 1 : Variations de fonction (sur 4 points)

Soit  $f$  une fonction dont on connaît le tableau de variations ci-dessous.

$x$	-3	0	2	7
$f(x)$	-1	4	-5	-2

$\nearrow$                        $\searrow$                        $\nearrow$

Toutes vos réponses devront être justifiées avec précision

1. Encadrer  $f(x)$  pour  $x \in [0; 2]$ .
2. Comparer si possible :

a)  $f(-2, 1)$  et  $f\left(-\frac{5}{2}\right)$                       b)  $f(-2, 9)$  et  $f(\sqrt{2})$                       c)  $f(-1)$  et  $f\left(\frac{7}{3}\right)$

3. Déterminer le nombre d'antécédents de 0 par la fonction  $f$ .
4. (a) On suppose que  $k \in [-3; -2]$ .  
 Combien de solutions l'équation  $f(x) = k$  admet-elle ?  
 (b) Pour quelles valeurs de  $k$  l'équation  $f(x) = k$  admet-elle une seule solution ?
5. Tracer une courbe susceptible de représenter  $f$ .

### Exercice 2 : Calcul littéral (sur 5 points)

1. Ecrire l'expression correspondant à la description suivante :
  - (a) le quotient de 3 par le carré de la différence de  $x$  et de  $y$
  - (b) la somme de l'opposé de  $a$  et du triple de  $b$
  - (c) le double de l'inverse de  $c$
  - (d) le produit de l'inverse de l'opposé de 2 par la somme de  $a$  et du cube de  $b$
2. Décrire par des phrases les expressions suivantes (sans faire aucun calcul préliminaire) :

$A = 3 + \frac{1}{x}$                        $B = (x + 2)^2 + 4$                        $C = \frac{-x}{1 + x^2}$                        $D = \frac{1}{2}(x - y)\left(\frac{1}{y} + 3x\right)$

3. Inventer des expressions  $E$  et  $F$  telles que :
  - (a)  $E$  est un produit de trois facteurs
  - (b)  $F$  est une somme de produits
4. Développer :

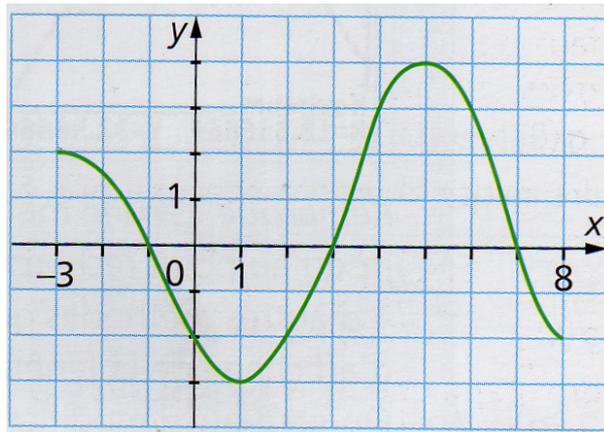
a)  $G = (x - 1)(x + 1) + (2x - 5)^2$                       b)  $H = 6(x + 5)(3x - 1)$

5. Factoriser :
  - a)  $I = x^2 - 7x$                       b)  $J = (2x + 3)^2 - 3x(2x + 3)$
  - c)  $K = 36x^2 - 121$                       d)  $L = 9x^2 - 30x + 25 - (3x - 5)$

### Exercice 3 : Lectures graphiques (sur 3 points)

On considère la fonction  $f$  dont la courbe est donnée ci-dessous.

1. Lire l'image de 0 par  $f$ .
2. Lire l(es) antécédent(s) de 4 par  $f$ .
3. Dresser le tableau de signes de  $f(x)$ .
4. Résoudre graphiquement :
  - (a)  $f(x) \geq 3$
  - (b)  $f(x) < 7-x$  (pour cette inéquation, il faut ajouter un tracé de fonction sur le graphique de l'énoncé).
5. (a) Dresser le tableau de variations de  $f$ .  
(b) En justifiant à l'aide des variations de  $f$ , déterminer à quel intervalle appartient  $f(x)$  lorsque  $6 \leq x \leq 8$ .



### Exercice 4 : Fonction et géométrie (sur 7,5 points)

On considère la fonction  $f : x \mapsto \frac{8}{1+x}$ .

#### Partie A - Calculs

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
2. Calculer l'image de  $-3$  par  $f$  puis  $f(\sqrt{5})$ .
3. Déterminer les antécédents de 2 par  $f$ .
4. (a) Factoriser  $P(x) = 8 - 2(1+x)^2$   
(b) Démontrer que  $f(x) = 2x + 2 \Leftrightarrow \frac{P(x)}{(1+x)} = 0$ .  
(c) En déduire les solutions de  $f(x) = 2x + 2$ .

#### Partie B - Graphique

1. Quelle est la conséquence graphique de l'ensemble de définition de  $f$  ?
2. En remplissant un tableau de valeurs (que vous recopierez sur votre copie), représenter la courbe de la fonction  $f$  dans le repère donné sur la feuille annexe.
3. Résoudre graphiquement :

a)  $f(x) = 2$

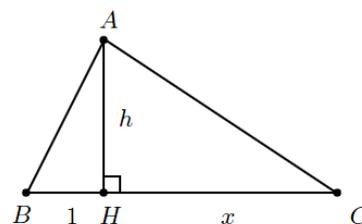
b)  $f(x) \geq -4$

c)  $f(x) = 2x + 2$

#### Partie C - Problème géométrique

Soit  $ABC$  un triangle d'aire  $\mathcal{A} = 4 \text{ cm}^2$  et de hauteur  $[AH]$  et tel que  $BH = 1 \text{ cm}$ . On note alors  $h = AH$  et  $x = HC$ .

1. Exprimer l'aire  $\mathcal{A}$  en fonction de  $h$  et  $x$ .
2. En déduire que  $h = \frac{8}{1+x}$ .
3. Répondre aux questions suivantes à l'aide des parties précédentes de cet exercice :
  - (a) pour quelle valeur de  $x$ , la hauteur mesure-t-elle 2 cm ?
  - (b) pour quelle valeur de  $x$  la hauteur est-elle égale au double de la base ?



Annexe du sujet (a) - Graphique de l'exercice 4

