

DEVOIR A LA MAISON N° 9

A RENDRE LE VENDREDI 29 AVRIL

Exercice 1 :

On suppose connu que les similitudes directes conservent les barycentres, que l'image d'une droite par une similitude directe est une droite et que l'image d'un segment par une similitude directe est un segment.

Question préliminaire : Démontrer que l'image d'une droite par une similitude directe d'angle $\frac{\pi}{2}$ est une droite qui lui est perpendiculaire.

On considère un carré direct $ABCD$ de centre I . Soit J , K et L les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[CD]$ et $[DA]$. Γ_1 désigne le cercle de diamètre $[AI]$ et Γ_2 le cercle de diamètre $[BK]$.

PARTIE A

1. Déterminer le rapport et l'angle de la similitude directe s telle que $s(A) = I$ et $s(B) = K$.
2. Montrer que les cercles Γ_1 et Γ_2 se coupent en deux points distincts : J et le centre Ω de la similitude directe s .
3. (a) Déterminer les images par s des droites (AC) et (BC) . En déduire l'image du point C par s .
(b) Soit E l'image par s du point I . Démontrer que E est le milieu de $[ID]$.
4. Démontrer que les points A , Ω et E sont alignés (on pourra considérer la transformation $s \circ s$).

PARTIE B

Désormais on considère que le côté du carré mesure 10 unités et on se place dans le repère orthonormé direct $\left(A; \frac{1}{10}\overrightarrow{AB}; \frac{1}{10}\overrightarrow{AD}\right)$.

1. Donner les affixes des points A , B , C et D .
2. Démontrer que la similitude directe s a pour écriture complexe : $z' = \frac{i}{2}z + 5 + 5i$.
3. Calculer l'afixe ω du centre Ω de s .
4. Calculer l'afixe z_E du point E et retrouver l'alignement des points A , Ω et E .
5. Démontrer que les droites (AE) , (CL) et (DJ) sont concourantes au point Ω .

Exercice 2 : exercice 49 p.70