

DEVOIR A LA MAISON N° 7

A RENDRE LE VENDREDI 4 MARS

Exercice 1 :

- On considère l'ensemble $A_7 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
 - Pour x entier relatif, démontrer que l'équation $3x \equiv 5 [7]$ équivaut à $x \equiv 4 [7]$.
 - Si a est un élément de A_7 , montrer que les seuls entiers relatifs x solutions de l'équation $ax \equiv 0 [7]$ sont les multiples de 7.
- Dans toute cette question, p est un nombre premier supérieur ou égal à 3. On considère l'ensemble $A_p = \{1; 2; \dots; p-1\}$ des entiers naturels non nuls et strictement inférieurs à p . Soit a un élément de A_p .
 - Vérifier que a^{p-2} est une solution de l'équation $ax \equiv 1 [p]$.
 - On note r le reste dans la division euclidienne de a^{p-2} par p . Démontrer que r est l'unique solution x dans A_p , de l'équation $ax \equiv 1 [p]$.
 - Soient x et y deux entiers relatifs.
Démontrer que $xy \equiv 0 [p]$ si et seulement si x est un multiple de p ou y est un multiple de p .
 - Application* : $p = 31$.
Résoudre dans A_{31} les équations $2x \equiv 1 [31]$ et $3x \equiv 1 [31]$.
A l'aide des questions précédentes, résoudre dans \mathbb{Z} , l'équation $6x^2 - 5x + 1 \equiv 0 [31]$.

Exercice 2 : exercice 57 p.33

DEVOIR A LA MAISON N° 7

A RENDRE LE VENDREDI 4 MARS

Exercice 1 :

- On considère l'ensemble $A_7 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
 - Pour x entier relatif, démontrer que l'équation $3x \equiv 5 [7]$ équivaut à $x \equiv 4 [7]$.
 - Si a est un élément de A_7 , montrer que les seuls entiers relatifs x solutions de l'équation $ax \equiv 0 [7]$ sont les multiples de 7.
- Dans toute cette question, p est un nombre premier supérieur ou égal à 3. On considère l'ensemble $A_p = \{1; 2; \dots; p-1\}$ des entiers naturels non nuls et strictement inférieurs à p . Soit a un élément de A_p .
 - Vérifier que a^{p-2} est une solution de l'équation $ax \equiv 1 [p]$.
 - On note r le reste dans la division euclidienne de a^{p-2} par p . Démontrer que r est l'unique solution x dans A_p , de l'équation $ax \equiv 1 [p]$.
 - Soient x et y deux entiers relatifs.
Démontrer que $xy \equiv 0 [p]$ si et seulement si x est un multiple de p ou y est un multiple de p .
 - Application* : $p = 31$.
Résoudre dans A_{31} les équations $2x \equiv 1 [31]$ et $3x \equiv 1 [31]$.
A l'aide des questions précédentes, résoudre dans \mathbb{Z} , l'équation $6x^2 - 5x + 1 \equiv 0 [31]$.

Exercice 2 : exercice 57 p.33