Lycée J.P Vernant - 2nde 7 Année scolaire 2012-2013
Mathématiques

DEVOIR A LA MAISON N° 4

A RENDRE LE MERCREDI 12 DECEMBRE

Exercice 1 : *Vrai ou Faux ?*

Soit f une fonction définie sur [-3 ; 4]. Pour chacune des propositions suivantes, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier vos réponses.

1. Si f est croissante sur [-3 ; 4], alors $f(-3) \leqslant f(4)$.
2. Si $f(0) = 2$ et $f(-1) = 0$ alors f est décroissante sur [-3 ; 4].
3. Si $f(-3) \leqslant f(4)$ alors f est croissante sur [-3 ; 4].
4. Si f est décroissante sur [-3 ; 4] et $f(-3) = 0$ alors $f(x)$ est négatif pour tout x réel de [-3 ; 4].
5. Si $f(-3) = 2$, et pour tout x de [-3 ; 4], on a $f(x) \leqslant 2$, alors la fonction f est décroissante sur [-3 ; 4].

Exercice 2 : *Fonction et géométrie*

Partie A

On définit sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ la fonction f par $f(x) = 6x - x^2$.

1. Représenter $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal après avoir reproduit sur votre copie un tableau de valeurs adapté.
2. (a) Vérifier que $f(x) = 9 - (x-3)^2$
   (b) Démontrer que $f(x) \leqslant 9$ pour tout $x \in [0\,;\,4]$. Quel est le maximum de la fonction f ? Pour quelle(s) valeur(s) de x est-il atteint ?
3. En vous appuyant sur le graphique, donner le tableau de variations de la fonction f.
4. Soit g la fonction définie sur $[0\,;\,4]$ par $g(x) = 2(4 - x)$.
   (a) Quelle est la nature de cette fonction ?
   (b) Représenter la fonction g dans le même repère que la courbe $\mathcal{C}$.
   (c) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$. On donnera une valeur approchée à 10^{-1} près de la (ou des) solutions.

Partie B

$ABCD$ est un trapèze rectangle, l'angle en A est droit, (AB) est parallèle à (DC). On dispose aussi de $AB = 6$, $CD = 2$ et $AD = 4$.
M est un point du segment $[AD]$ et on pose $AM = x$, donc $x \in [0\,;\,4]$.
N est le point de la droite (BC) tel que (MN) est perpendiculaire à (AD).
P est le point d'intersection de la parallèle à la droite (AD) passant par N et de la droite (AB).

1. Construire la figure
2. H est le point d'intersection de la parallèle à la droite (AD) passant par C et de la droite (AB). Montrer que le triangle BCH est isocèle rectangle, en déduire qu'il en est de même de BPN, puis que l'on a $AM = BP = x$.
3. Démontrer que l'aire du rectangle $APNM$ en fonction de x est $6x - x^2$.
4. Déduire de la partie A la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle $APNM$ est maximale.
5. Soit Q le point tel que $DCQM$ soit un rectangle.
   (a) Déterminer l'aire du rectangle $DCQM$ en fonction de x.
   (b) Déduire de la partie A, la valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle $DCQM$ est égale à l'aire du rectangle $APNM$.

<u>Exercice 3</u> : *Calcul littéral*

exercice 64 p.63

<u>Exercice 4</u> : *Variations de fonction*

Voici un tableau de variations incomplet (on ne connait pas a et b) :

x	-3		0		2		5
	-1				a		
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			-2				b

On sait de plus que le minimum de g est -2, le maximum de g est -1 et $g(4) = -2$.

1. Que peut-on dire des nombres a et b ?
2. Elisa affirme que $g(-1) = -2,1$. Est-ce plausible ?
3. Manon affirme que -2 admet exactement deux antécédents par g. Qu'en pensez-vous ?
4. Encadrer $g(-2)$ et $g(2)$ le plus précisément possible. Justifier précisément à l'aide des variations de g.
5. Résoudre les inéquations suivantes (en justifiant) :

   a) $g(x) < -2$ *b)* $g(x) \geqslant 0$

6. On suppose que $a < -1$. Discuter suivant les valeurs de k le nombre de solutions de $g(x) = k$.