Cité scolaire Claude Monet - spéTS Année scolaire 2019-2020
Mathématiques

DEVOIR A LA MAISON N°2

A RENDRE LE VENDREDI 8 NOVEMBRE

Exercice 1 : exercice 82 p.29 du livre

Exercice 2 : Soit p un nombre premier donné. On se propose d'étudier l'existence de couples $(x\,;\,y)$ d'entiers naturels strictement positifs vérifiant l'équation (E) : $x^2 + y^2 = p^2$.

1. On pose $p = 2$. Montrer que l'équation (E) est sans solution.

   On suppose désormais $p \neq 2$ et que le couple $(x\,;\,y)$ est solution de l'équation (E)

2. Le but de cette question est de prouver que x et y n'admettent pas de diviseur commun autre que 1.
   (a) Montrer que x et y ont des parités différentes.
   (b) Montrer que x et y ne sont pas divisibles par p.
   (c) Conclure.
3. On suppose maintenant que p est une somme de deux carrés non nuls ; c'est-à-dire $p = u^2 + v^2$ où u et v sont deux entiers naturels strictement positifs.
   (a) Vérifier alors que le couple $(|u^2 - v^2|\,;\,2uv)$ est solution de l'équation (E).
   (b) Donner une solution de l'équation (E) lorsque $p = 5$ puis lorsque $p = 13$.
4. On se propose enfin de vérifier sur quelques exemples, que l'équation (E) est impossible lorsque p n'est pas la somme de deux carrés.
   (a) $p = 3$ et $p = 7$ sont-ils somme de deux carrés ?
   (b) Démontrer que les équations $x^2 + y^2 = 9$ et $x^2 + y^2 = 49$ n'admettent pas de solution en entiers naturels strictement positifs.

Cité scolaire Claude Monet - spéTS Année scolaire 2019-2020
Mathématiques

DEVOIR A LA MAISON N°2

A RENDRE LE VENDREDI 8 NOVEMBRE

Exercice 1 : exercice 82 p.29 du livre

Exercice 2 : Soit p un nombre premier donné. On se propose d'étudier l'existence de couples $(x\,;\,y)$ d'entiers naturels strictement positifs vérifiant l'équation (E) : $x^2 + y^2 = p^2$.

1. On pose $p = 2$. Montrer que l'équation (E) est sans solution.

   On suppose désormais $p \neq 2$ et que le couple $(x\,;\,y)$ est solution de l'équation (E)

2. Le but de cette question est de prouver que x et y n'admettent pas de diviseur commun autre que 1.
   (a) Montrer que x et y ont des parités différentes.
   (b) Montrer que x et y ne sont pas divisibles par p.
   (c) Conclure.
3. On suppose maintenant que p est une somme de deux carrés non nuls ; c'est-à-dire $p = u^2 + v^2$ où u et v sont deux entiers naturels strictement positifs.
   (a) Vérifier alors que le couple $(|u^2 - v^2|\,;\,2uv)$ est solution de l'équation (E).
   (b) Donner une solution de l'équation (E) lorsque $p = 5$ puis lorsque $p = 13$.
4. On se propose enfin de vérifier sur quelques exemples, que l'équation (E) est impossible lorsque p n'est pas la somme de deux carrés.
   (a) $p = 3$ et $p = 7$ sont-ils somme de deux carrés ?
   (b) Démontrer que les équations $x^2 + y^2 = 9$ et $x^2 + y^2 = 49$ n'admettent pas de solution en entiers naturels strictement positifs.