

CORRECTION DE L'EXERCICE 33 p.58

1. $f(x) = (3x+1)^2 - 49 = 9x^2 - 6x + 1 - 49 = 9x^2 - 6x - 48$.
2. $f(x) = (3x+1)^2 - 49 = (3x+1)^2 - 7^2 = (3x+1-7)(3x+1+7) = (3x-6)(3x+8) = 3(x-2)(3x+8)$.
3. (a) • $f(0) = 9 \times 0^2 - 6 \times 0 + 1 - 49 = 48$ (*forme développée*)
• $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 1\right)^2 - 49 = (-1+1)^2 - 49 = -49$. (*forme initiale*)
• $f(2) = 3(2-2)(3 \times 2 + 8) = 3 \times 0 \times 14 = 0$ (*forme factorisée*)
• $f(\sqrt{5}) = 9 \times (\sqrt{5})^2 - 6\sqrt{5} - 48 = 9 \times 5 - 6\sqrt{5} - 48 = -3 - 6\sqrt{5}$ (*forme développée*)
(b) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x-2)(3x+8) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(3x+8) = 0$ (*forme factorisée*). Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. L'équation équivaut à $x-2=0$ ou $3x+8=0$. Or,
 $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ et $3x+8=0 \Leftrightarrow 3x=-8 \Leftrightarrow x=-\frac{8}{3}$. L'ensemble des solutions est
 $\mathcal{S} = \left\{2; -\frac{8}{3}\right\}$.
(c) $f(x) = 9x^2 \Leftrightarrow 9x^2 - 6x - 48 = 9x^2$ (*forme développée*). Cette équation équivaut à :

$$-6x - 48 = 0 \Leftrightarrow -6x = 48 \Leftrightarrow x = -\frac{48}{6} = -8$$

L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{-8\}$.

- (d) Un carré est toujours positif donc $(3x+1)^2 \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc $(3x+1)^2 - 49 \geq -49$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. De plus, $(3x+1)^2 - 49 = -49 \Leftrightarrow (3x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x+1=0 \Leftrightarrow 3x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$. Autrement dit, $f(x) \geq -49$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ et -49 admet un antécédent par f qui vaut $-\frac{1}{3}$. Cela signifie que -49 est le minimum de f , atteint en $-\frac{1}{3}$.