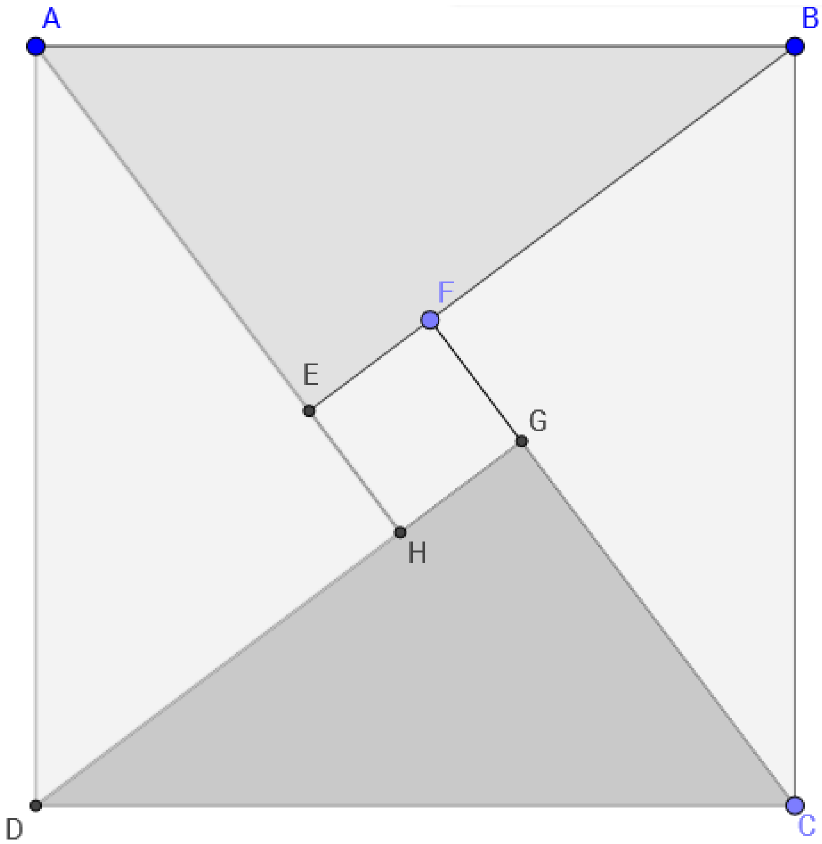
CORRECTION DU DEVOIR A LA MAISON N° 4

Exercice 1 :

1. On considère le schéma du motif ci-contre où on a placé les points A, B, C, D, E, F, G et H.



On sait que les triangles rectangles ABE, BCF, DCG et ADH sont égaux. En particulier, on peut alors affirmer que leur hypoténuse est de même longueur. Ainsi, $AB = BC = CD = DA$. Le quadrilatère $ABCD$ a tous ses côtés de même longueur donc c'est un losange.

Les triangles AEB et ADH sont égaux avec pour correspondances entre sommets : $E \leftrightarrow H$, $B \leftrightarrow A$ et $A \leftrightarrow D$. Des triangles égaux ont leurs angles respectivement de même mesure d'où $\widehat{EBA} = \widehat{HAD}$. Dans le triangle EAB, $\widehat{EAB} = 180 - \widehat{AEB} - \widehat{EBA}$. Or, le triangle ABE est rectangle en E d'où $\widehat{AEB} = 90°$ et $\widehat{EAB} = 180 - 90 - \widehat{EBA} = 90 - \widehat{EBA}$. On en déduit que $\widehat{DAB} = \widehat{DAH} + \widehat{EAB} = \widehat{EBA} + 90 - \widehat{EBA} = 90°$

$ABCD$ est un losange avec un angle droit, c'est donc un carré.

2. Comme AEB est rectangle en E et que A, E et H sont alignés, alors $\widehat{HEF} = 90°$. De même, en utilisant les angles droits de FBC et DGC on obtient que $\widehat{EFG} = 90°$ et $\widehat{FGH} = 90°$. Le quadrilatère $EFGH$ a 3 angles droits donc c'est un rectangle.

   Comme AEB et ADH sont égaux avec la correspondance entre sommets donnée à la question précédente, alors $EB = AH$. De même, AEB et FBC sont égaux avec pour correspondance entre sommets : $E \leftrightarrow F$, $B \leftrightarrow C$ et $A \leftrightarrow B$. Ainsi, $AE = FB$. Ainsi, $EH = AH - AE = EB - FB = EF$.

   Un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un carré donc $EFGH$ est un carré.

3. On calcule la mesure du côté d'un carreau. On sait qu'en centimètres, on a : $AE = 6$ et $EB = 8$.
   Comme AEB est rectangle en E, alors on peut appliquer le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AE^2 + EB^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

   On en déduit que $AB = \sqrt{100} = 10$. Chaque carreau est un carré de 10 cm de côté. Le mur mesure 3 mètres (donc 300 cm) de long. Comme $\dfrac{300}{10} = 30$, on peut donc mettre 30 carreaux en lonueur. Le mur mesure

2,40 mètres (soit 240 cm) de largeur et $\dfrac{240}{10} = 24$ donc on peut mettre 24 carreaux en largeur. Il faut donc $30 \times 24 = 720$ carreaux pour couvrir le mur. Dans chacun des carreaux, il y a 2 triangles blancs et 2 triangles gris. Il faudra donc 1440 triangles blancs et 1440 triangles gris pour carreler le mur.

4. $EFGH$ est un carré de côté $EF = EB - BF = 8 - 6 = 2$ centimètres. Son aire est donc $2^2 = 4$ cm^2.
   On a compté 720 carreaux pour couvrir le mur donc 720 petits cristaux, qui couvrent finalement une surface de $720 \times 4 = 2880$ cm^2.

Exercice 2 :

1. Comme la France a une superficie d'environ 55×10^4 km^2 et que cette poubelle géante est grande comme 6,2 fois la France alors sa superficie actuelle est d'environ $6,2 \times 55 \times 10^4 = 341 \times 10^4 = 3,41 \times 10^6$ km^2.
2. Comme cette poubelle géante contient $7,5 \times 10^5$ déchets par km^2 et que sa superficie s'élève à environ $3,41 \times 10^6$ km^2, alors on peut estimer le nombre de déchets à :
   $$7,5 \times 10^5 \times 3,41 \times 10^6 = 25,575 \times 10^{11} = 2,5575 \times 10^{12}$$
3. Il s'agit de récupérer 7×10^8 tonnes, soit 7000×10^8 kg de plastique en $365 \times 5 = 1825$ jours. Avec ce projet, la masse (en kg) de plastique récupérée chaque jour vaut :
   $$\frac{7000 \times 10^8}{1825} = \frac{70 \times 25 \times 4 \times 10^8}{73 \times 25} = \frac{280 \times 10^8}{73} = \frac{28 \times 10^9}{73} \simeq 0,383561644 \times 10^9$$
   En moyenne, environ $3,83561644 \times 10^8$ kg de déchets seraient alors récupérés chaque jour.

Exercice 3 :

- On commence par calculer le temps mis par les camions avec l'ancien itinéraire. On connait leur vitesse donc il faut déterminer la distance parcourue. On sait déjà que $AB = AM + MB = 159 + 201 = 360$ km.
  Pour calculer BC, on remarque que AOM et ABC sont des triangles semblables. En effet, ces deux triangles ont tous les deux un angle droit (respectivement $\widehat{AOM}$ et $\widehat{ABC}$) et également un angle en commun ($\widehat{MAO} = \widehat{BAC}$) et des triangles qui ont deux à deux deux angles de même mesure sont semblables. On en déduit que les mesures des côtés de ces triangles sont proportionnelles.

  La correspondance entre les sommets de ces deux triangles est : $O \leftrightarrow B$, $A \leftrightarrow A$ et $M \leftrightarrow C$. Ainsi, $\dfrac{BC}{OM} = \dfrac{AB}{AO} = \dfrac{AC}{AM}$. La dernière égalité s'écrit alors : $\dfrac{360}{135} = \dfrac{AC}{159}$ soit $AC = \dfrac{159 \times 360}{135} = 424$.
  Pour calculer BC, on applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B :
  $AC^2 = AB^2 + BC^2$ d'où $BC^2 = 424^2 - 360^2 = 50176$. Finalement, $BC = \sqrt{50176} = 224$.

  Avec l'ancien itinéraire, la distance parcourue par les camions est égale à $AB + BC = 360 + 224 = 584$ km. Avec une vitesse moyenne de 80 km/h, ils mettaient donc $t_1 = \dfrac{584}{80} = 7,3$ heures pour aller de Auloin à Cityville via Bastiville. Or, $0,3 \times 60 = 18$ donc la durée du parcours était de 7 heures et 18 minutes.
- En empruntant la nouvelle voie ferrée, la distance parcourue est égale à $AC = 424$ km, avec une vitesse de 212 km/h. Le temps mis pour relier Auloin à Cityville est alors $\dfrac{424}{212} = 2$ heures.

  On peut donc conclure que cette voie ferrée fera gagner chaque jour 5 heures et 18 minutes aux camions qui empruntent la route entre Auloin et Cityville
- Chaque camion qui empruntait l'ancien itinéraire émettait $160 \times 584 = 93440$ g de CO_2 puisqu'en moyenne un camion emet 160 g de CO_2 par kilomètre et que la distance parcourue calculée à la question précédente était alors égale à 584 km. Chaque jour, 1500 camions empruntent cet itinéraire, ce qui entraine une émission de CO_2 de $1500 \times 93440 = 140160000 = 140,16 \times 10^6$ grammes. Or, une tonne correspond à 10^6 grammes donc chaque jour, il s'agit de 140,16 tonnes de CO_2 émis chaque jour par le passage des camions. Une année comporte 365 jours, donc chaque année, l'émission de CO_2 due au passage des camions est estimée à $140,16 \times 365 = 51158,4$ tonnes.

  Cette voie ferrée permettra chaque année de réduire de $51158,4$ tonnes les émissions de CO_2.